

Qu'entend-on par « hasard »?

Bruno Lecoutre - Marie-Paule Lecoutre

2005

version revue en 2018



Equipe **R**aisonnement **I**nduction **S**tatistique

<http://eris62.eu/>

C.N.R.S. et Université de Rouen





Nous vivons dans un «monde de hasard»

Les concepts de hasard, probabilité, chance, risque, etc. envahissent de plus en plus notre vie



LE HASARD MAITRISE GRACE A LA NUMEROLOGIE!!!

La roulette: le jeu de casino le plus équitable!!!

L'art de la gestion des **risques**

Apprendre à **cerner l'incertitude**



Dimanche
11°C / 17°C
Jour



Partiellement nuageux

Probabilité de précipitations : 20%

Vent : 24 km/h (SSW)

Humidité : 86%

Les **chances** d'être frappé par la foudre sont de 1 sur 240 000

«L'imprévisible ne relève pas seulement du **hasard**»

Lutte contre le spam

«On associe **des probabilités** aux mots contenus dans les courriers. En fonction du pointage obtenu, la probabilité qu'il s'agisse vraiment de spam augmente ou diminue»

«[...] nous vivons par **hasard**»

Michel de Montaigne (1533-1592) / Essais, 2.1



Qu'entend-on par «hasard»?

Que mettent spontanément les gens derrière le mot «hasard»?
Existe-t-il des représentations dominantes?
Sont-elles plus ou moins proches des conceptions formelles de la probabilité?

Beaucoup de gens ont le sentiment qu'ils savent ce qu'ils signifient quand ils parlent de hasard

«I am convinced that the vast majority of my readers, and in fact the vast majority of scientists and even nonscientists, are convinced that they know what 'random' is»

«Je suis convaincu que la grande majorité de mes lecteurs, et en fait la grande majorité des scientifiques et même des non-scientifiques, sont convaincus qu'ils savent ce qu'est le 'hasard'»

Kac (1983)

Mais

Dans le même papier devenu célèbre Kac montre que le hasard n'est pas simple et qu'il peut être décrit de plusieurs manières



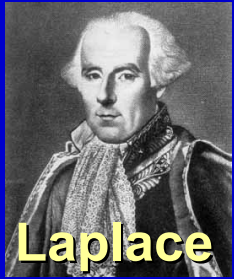
Hasard et probabilité

Les conceptions formelles

en bref



Hasard par ignorance



Laplace

Hasard = «un terme propre à désigner notre ignorance...»

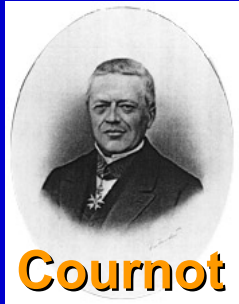
Le déterminisme universel

La nature est «connaissable» et conduit à des règles mathématiques

Le hasard est

- soit un euphémisme pour parler de l'ignorance
- soit l'expression des limites de la perception et de la connaissance humaine

Laplace P.-S. (1986) - *Essai philosophique sur les probabilités* [texte de la 5ème édition, 1825]. Paris: Christian Bourgeois



Cournot

Selon Cournot, le hasard est le caractère d'un événement amené par la combinaison ou la rencontre de phénomènes qui appartiennent à des séries indépendantes dans l'ordre de la causalité



- ❖ Une série de causes explique pourquoi l'échelle se trouve là
- ❖ Une autre série de causes explique pourquoi vous passez sous l'échelle
- ❖ Une autre série explique la chute de la tuile



- ❖ Une série causale est provoquée par le croupier qui fait tourner la roulette
- ❖ Une autre série explique pourquoi vous avez misé sur le numéro 28

Chaque série a son déterminisme propre

Cournot A. A. (1851) - Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique



Hasard par essence

La réalité physique est irréductiblement aléatoire
Exprimée comme un principe fondamental dans la physique quantique (Bohr)

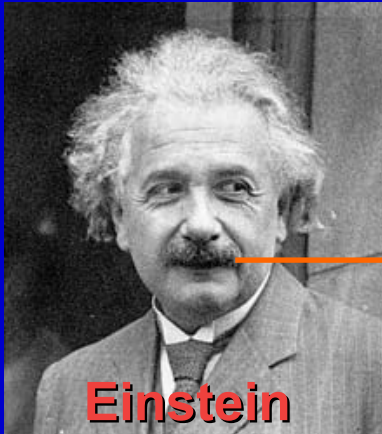


Milburn

*«Physical reality is irreducible random,
but random in a way we could never have expected»*

«La réalité physique est irréductiblement aléatoire, mais aléatoire d'une manière que nous n'aurions jamais pu imaginer»

Hasard par ignorance



Einstein

Dieu ne joue pas aux 

«Quantum mechanics is very impressive
but I am convinced God does not play dice»

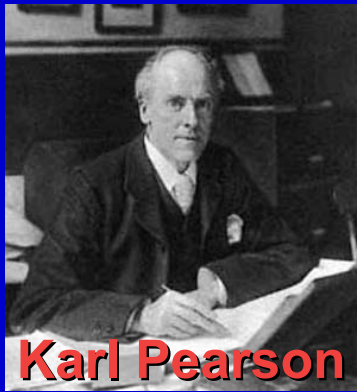
«La mécanique quantique est très impressionnante. mais je suis convaincu que Dieu ne joue pas aux dés»



Le rejet du déterminisme par d'éminents statisticiens

Karl Pearson, Jeffreys (notamment) en sont venus à rejeter le principe de causalité (ou de déterminisme, ou d'uniformité de la nature), sous toute forme telle que

«des antécédents exactement semblables conduisent à des conséquences exactement semblables»



Karl Pearson

«Beyond such discarded fundamentals as 'matter' and 'force' lies still another fetish amidst the inscrutable arcana of modern science, namely, the category of cause and effect»


«Au-delà d'éléments aussi fondamentaux que la 'matière' et la 'force', il y a encore un autre fantôme qui se trouve dans les arcanes insondables de la science moderne, à savoir la catégorie des causes et des effets»

Pearson K. (1911) - Probability that two independent distributions of frequency are really samples from the same population. *Biometrika*, 8, 1250-254

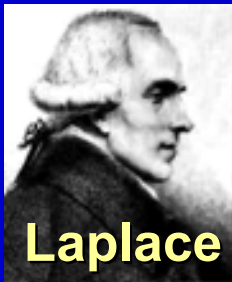


Le concept de probabilité

La notion de hasard a été conceptualisée par les mathématiciens qui ont proposé des formalisations diverses en utilisant le concept de probabilité

 L'étude de la probabilité telle qu'on la conçoit aujourd'hui remonte au 17ème siècle et est liée aux jeux de hasard (Hacking, 1975)

Certains auteurs pensaient qu'il était nécessaire d'avoir «des dés parfaitement équilibrés» pour pouvoir élaborer une théorie des jeux de hasard



«La théorie des hasards consiste à réduire tous les événements du même genre à un certain nombre de cas également possibles»

De nos jours encore, le hasard est souvent assimilé à l'équiprobabilité
«A random choice is one in which every element has the same probability of being or not being a member of the sample»

«Un choix aléatoire est un choix dans lequel chaque élément a la même probabilité d'être ou non membre de l'échantillon»

(Gellert et al. (1977) – *The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics*.
New York: Van Nostrand Reinhold)

Hacking I. (1975) - *The Emergence of Probability*. Cambridge University Press



La probabilité: un concept dual

Dès l'origine, le concept de probabilité a été considéré comme essentiellement *dual*, pouvant être relié soit à des degrés de confiance soit à des systèmes produisant des fréquences sur le long terme



Bernoulli

Ainsi Bernoulli, en dérivant la relation entre la probabilité d'occurrence dans un essai unique et la fréquence d'occurrence dans un grand nombre d'essais indépendants, reconnaissait déjà clairement la distinction entre:


- ✓ probabilité («degré de certitude»)
- et
- ✓ fréquence



Deux conceptions principales de la probabilité

La conception fréquentiste

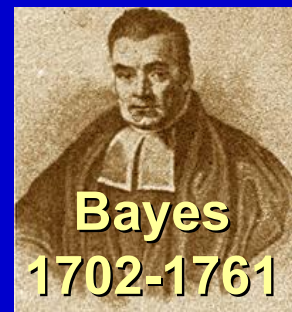
La probabilité est la fréquence sur le long terme d'occurrence d'un événement

 Dans l'expérience paradigmatique du lancer d'une pièce, cette définition semble faire de la probabilité une propriété *observable* («objective») de la pièce, existant dans la nature indépendamment de nous

Mais

Des fréquences *empiriques* sont rarement disponibles dans les problèmes réels

En conséquence il est souvent *problématique* (sinon impossible) d'assigner une probabilité fréquentiste à un événement *unique*



La conception bayésienne

La probabilité est une mesure du degré de croyance (ou confiance) dans l'occurrence d'un événement ou une mesure du degré de plausibilité d'un énoncé

Souvent considérée comme le résultat d'une appréciation *subjective* d'une situation par un observateur (Savage, de Finetti...)

Mais elle peut tout aussi bien servir à décrire une *connaissance objective*, en particulier basée sur des arguments de symétrie ou sur des fréquences

Plus générale

il n'est pas *conceptuellement* problématique d'assigner une probabilité à un événement *unique*



Remise en question de l'approche fréquentiste

Même si l'approche fréquentiste est encore souvent dominante, elle est de plus en plus remise en question chez les scientifiques par les tenants de l'approche bayésienne

Exemple d'applications formelles des probabilités bayésiennes à des situations de la vie quotidienne:

- ✓ la **probabilité de précipitation** donnée par le service de la météorologie canadienne, définie explicitement comme *une estimation subjective* de la pluie ou de la neige
- ✓ les techniques bayésiennes de «**filtre anti-spam**»

En outre, la définition bayésienne est en accord avec le sens du mot **probabilité** dans le langage de tous les jours:

la conception bayésienne apparaît beaucoup plus proche de la façon dont les gens raisonnent intuitivement en présence d'incertitude



Etudes empiriques sur la perception et les représentations du hasard



L'enfant a-t-il la notion du hasard?



La notion du hasard semble pouvoir être appréhendée par des enfants de 8-11 ans [le «deuxième stade» de Piaget] grâce à la construction d'«un système de référence consistant en opérations déductives»

Mais

Un hasard particulier: la conception déterministe de Cournot

«Dès que plusieurs facteurs interfèrent l'enfant devenu capable de déduire [à l'âge de 8-11 ans] prend donc conscience de l'indétermination, et c'est cette indétermination qui est à la source de l'idée de hasard»

Conception fréquentiste de la probabilité

«...notre vie durant, nous en sommes réduits à deviner ou à fonder nos prévisions sur des fréquences empiriques...»

Contrairement aux travaux de Piaget sur le nombre et la logique, guère de descendance ni de remise en question de ces résultats...



Comment perçoit-on, produit-on le hasard?

Depuis les années 50, nombreuses recherches sur la capacité des humains:

✓ à «percevoir» le hasard

Tâche: évaluer le degré de hasard de différentes séquences d'événements

Résultat typique:

«les gens» jugent que **PPFPFFFP** est plus probable que **FFFFFFF**

✓ à «produire» le hasard

Tâche: simuler une séquence d'événements d'un processus aléatoire (lancer d'une pièce, d'un dé)

Résultat typique:

dans la production de séquences binaires, «les gens» alternent les deux événements avec une probabilité approximativement égale à 0.60



- Les «gens ne sont pas bons» pour percevoir ou produire le hasard. Leurs intuitions seraient erronées



Mais la majorité de ces études...

- ✓ sont fortement imprégnées de la conception fréquentiste de la probabilité
- ✓ se limitent à des événements équiprobables
(le hasard étant assimilé à l'équiprobabilité)
- ✓ ne considèrent pas de situations de la vie courante
- ✓ ne rendent pas compte de la variabilité inter et intra individuelle des réponses (même si celle-ci a souvent été remarquée)

Néanmoins

De nombreux résultats expérimentaux ont montré que le concept de hasard donne lieu à des interprétations variées et est souvent mal compris

...même par ceux qui utilisent couramment les probabilités



En fait

On n'a guère étudié la question de savoir si «les gens» pensent qu'un événement unique peut relever du hasard (et/ou qu'on peut lui attribuer une probabilité)



Il pleuvra demain

Rencontrer un ami que l'on n'a pas vu depuis longtemps

SPAM POISON

Ce courrier électronique est un «pourriel»

Le fait de considérer un événement unique a un effet psychologique appelé «la puissance du particulier»

Au moins deux phénomènes distincts liés à un événement unique

- (1) Il peut être plus prégnant parce qu'il est plus facile de s'identifier à lui
- (2) Il invite à un raisonnement spécifique, déterministe, plutôt que statistique



Nombreuses questions ouvertes

- ✓ Que mettent spontanément les gens derrière le mot «hasard»?
- ✓ Existe-t-il des interprétations dominantes?
- ✓ Sont-elles proches de certaines conceptualisations probabilistes?
- ✓ Sont-elles liées au degré d'expertise en probabilité?
- ✓ Etc?



Qu'entend-on par hasard?

Une expérience avec 16 situations d'incertitude

◆ 8 situations «stochastiques»

✓ Avec issues symétriques

Le fait d'obtenir un chiffre pair à l'issue du lancer d'un dé

✓ Avec issues non symétriques

Le fait de tirer simultanément 2 jetons rouges d'une boîte qui contient 1 jeton blanc et 2 jetons rouges

◆ 8 situations «réelles»

✓ Avec implication du sujet

Le fait de rencontrer un ami que vous n'avez pas rencontré depuis 10 ans

✓ Sans implication du sujet

Le fait qu'il pleuve demain à Paris



Une situation stochastique

met implicitement en jeu un ensemble d'événements de référence bien défini

En conséquence on peut lui assigner aussi bien une probabilité fréquentiste qu'une probabilité bayésienne

Et on peut s'attendre à ce que différents individus soient d'accord sur la valeur de la probabilité

Une situation réelle

décrit au contraire un événement *unique* pour lequel il n'existe pas *a priori* un ensemble de référence bien défini

En conséquence, un individu qui n'accepte pas les probabilités bayésiennes peut considérer qu'il est impossible d'assigner une probabilité

On peut donc s'attendre à une plus grande variabilité interindividuelle pour les situations réelles

Le fait d'obtenir Pile à l'issue du lancer
'une pièce de monnaie non truquée

Le fait qu'il pleuve demain à Paris

Le fait de tirer une boule blanche d'une boîte
qui contient 10 boules noires et 20 boules blanches

Le fait de tirer simultanément 2 jetons rouges d'une boîte
qui contient 1 jeton blanc et 2 jetons rouges

Le fait qu'il a plu à Paris le 15 mars 1936

Le fait que vous attrapiez un rhume
dans le courant du mois prochain

Le fait de constituer une paire de chaussettes 'assorties'
à partir d'un tirage à l'aveugle de deux chaussettes
d'un tiroir qui contient 2 paires de chaussettes différentes

Le fait d'obtenir Face au 5^{ème} lancer d'un pièce
de monnaie non truquée qui est tombée sur Face
les quatre fois précédentes

Le fait qu'une graine mise en terre germe

Le fait de dire la première chose
qui vous passe par la tête

Le fait d'obtenir un chiffre pair
à l'issue du lancer d'un dé

Le fait de tirer un bonbon au citron d'une boîte
qui contient 20 bonbons à l'orange et 10 au citron

Le fait de tirer une boule blanche d'une boîte
qui contient 10 boules noires et 10 boules blanches

Le fait que vous gagnez 10000F au loto

Le fait que le cours d'une action à la bourse de Paris
aura progressé de plus de 5% dans trois mois



Procédure: deux phases successives

Phase 1: catégorisation libre

Le hasard n'est pas un critère explicite

Phase 2 : catégorisation contrainte

Le hasard est un critère explicite

+ justification des réponses



Trois groupes de 20 sujets

- ① 20 enseignants-chercheurs en mathématiques
- ② 20 enseignants-chercheurs en Psychologie
- ③ 20 collégiens en classe de 3^{ème}



Résultats principaux



La diversité des sens que les individus attribuent à la notion de hasard

- Autant de classifications différentes (60) que de sujets, en dépit de la simplicité et de la familiarité des 16 items

Néanmoins il est possible de distinguer des conceptions générales du hasard



L'opposition stochastique/réel

◆ Les 16 items sont le plus souvent partitionnés en deux classes principales opposant les items réels aux items stochastiques qui sont perçus comme différents

Items stochastiques

Il existe un large consensus pour les catégoriser comme «*hasard*» parce qu'il est possible de «calculer facilement» une probabilité

Items réels

Au contraire les sujets sont divisés et les catégorisent soit comme «*hasard*» soit comme «*non hasard*» sans qu'il y ait une large majorité

Deux justifications principales pour ces items:

- ✓ le hasard intervient parce qu'un raisonnement probabiliste est en jeu
- ✓ le hasard n'intervient pas parce qu'il y a une grande part de déterminisme ou parce que des facteurs causaux peuvent être identifiés



Le peu d'effet de la formation en probabilités

◆ En particulier, la dichotomie stochastique/réel est observée dans chacun des trois groupes, y compris chez les collégiens qui n'ont reçu aucune formation en probabilités

Les élèves ont de fortes intuitions sur la probabilité et le hasard avant même de recevoir un enseignement (Konold, 1995).



Cependant des spécificités des psychologues

◆ Chaque item stochastique est catégorisé comme «*non hasard*» par environ un tiers des psychologues, alors que presque tous les autres sujets catégorisent tous les items stochastiques comme «*hasard*»

Pour quelques psychologues, un item ne relève pas du hasard quand il est possible de calculer une probabilité

Cette conception marginale pourrait être liée à leur pratique statistique. Une présentation courante des tests de signification de l'hypothèse nulle est que le rejet de l'hypothèse nulle implique le «*rejet du hasard*» et en conséquence pourrait justifier des conclusions déterministes

«Rejection of the null hypothesis implies that the results are not due to chance and that therefore they must be both systematic and reproducible»

Tryon, W.W. (2001) - *Psychological Methods* 6, 371-386

◆ Par ailleurs les psychologues catégorisent les items réels comme «*non hasard*» plus souvent que les autres sujets



...et une spécificité des mathématiciens

◆ Certains mathématiciens se réfèrent explicitement à deux sortes de hasard:

✓ un hasard «mathématique» quand il est facile de calculer une probabilité objective (typiquement les items stochastiques)

✓ un hasard «par ignorance» quand il n'est pas facile de calculer une probabilité faute d'un modèle probabiliste standard (typiquement les items réels)



Hasard ou non hasard? Les arguments

Les arguments donnés pour juger qu'un événement *relève du hasard* ou pour juger qu'il *ne relève pas du hasard* sont différents par nature

Hasard?

- ✓ Une large majorité des sujets argumentent que:
«c'est du hasard parce qu'il est possible de calculer une probabilité»

Tous ces sujets appliquent cet argument basé sur la probabilité aux items stochastiques et approximativement la moitié d'entre eux aux items réels (qui sont donc jugés comme relevant du hasard)

Alors que le concept de probabilité a été introduit pour formaliser le hasard
«hasard \Rightarrow probabilité»

une majorité des sujets apparaissent donc considérer la probabilité comme un concept premier

«probabilité \Rightarrow hasard»

- ✓ Au contraire seule une minorité de sujets se réfèrent à des arguments plus directs tels que:

«c'est du hasard parce qu'on ne peut rien contrôler ou prédire»

«non causalité \Rightarrow hasard»



Hasard ou non hasard? Les arguments

Non hasard?

- ✓ Le principal argument est que:
 - «ce n'est pas du hasard parce qu'il y a une grande part de déterminisme ou parce que des facteurs causaux peuvent être identifiés»
 - «causalité \Rightarrow non hasard»
- ✓ Seule une très faible minorité (deux psychologues) utilisent un argument (surprenant) basé sur la probabilité:
 - «ce n'est pas du hasard parce qu'il est possible de calculer une probabilité»
 - «probabilité \Rightarrow non hasard»



Conclusion



Loredo

«The successes of quantum theory no more prove the randomness of nature than the success of statistical description of coin flipping proves that coin flipping is intrinsically random, or the fact that a random number algorithm passes statistical tests proves that the numbers it produces (in a purely deterministic fashion!) are random.»

«Les succès de la théorie quantique ne prouvent pas plus le caractère aléatoire de la nature que le succès de la description statistique du lancer d'une pièce de monnaie prouve que le lancer d'une pièce est intrinsèquement aléatoire, ou le fait que le fait qu'un algorithme de génération de nombres aléatoires passe les tests statistiques prouve que les chiffres qu'il produit (d'une manière purement déterministe!) sont aléatoires.»

Loredo T. J. (1990) - From Laplace to Supernova SN 1987A: Bayesian inference in astrophysics. In P. F. Fougere (Ed.), *Maximum Entropy and Bayesian Methods* (pp. 81-142). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers